

1a. edición, noviembre 1996

© SECRETARIA DE GOBERNACION  
ABRAHAM GONZALEZ No. 48,  
COL. JUAREZ, DELEG. CUAUHTEMOC,  
C.P. 06699, MEXICO, D.F.

© CENTRO NACIONAL DE PREVENCION DE  
DESASTRES  
AV. DELFIN MADRIGAL N° 665,  
COL. PEDREGAL DE SANTO DOMINGO,  
DELEG COYOACAN, C.P. 04360, MEXICO, D.F.  
TELEFONOS: 6 06 98 37, 6 06 97 39, 6 06 91 56.  
FAX: 6 06 16 08

© Autor. Dr. Servando de la Cruz-Reyna

Impresión a cargo de: Lic. Ricardo Cícero Betancourt y  
Violeta Ramos Radilla.

Derechos reservados conforme a la ley  
IMPRESO EN MEXICO. *PRINTED IN MEXICO*

Distribución Nacional e Internacional. Centro Nacional de  
Prevención de Desastres

EL CONTENIDO DE ESTE DOCUMENTO ES  
EXCLUSIVA RESPONSABILIDAD DE LOS AUTORES

## SECRETARIA DE GOBERNACION

**Lic. Emilio Chuayffet Chemor**  
Secretario de Gobernación

**Lic. Juan Ramiro Robledo Ruiz**  
Subsecretario de Protección Civil y de Prevención  
y Readaptación Social

## CENTRO NACIONAL DE PREVENCION DE DESASTRES

**Dr. Roberto Meli**  
Director General

**Ing. Masao Nozawa**  
Director del Equipo Asesor Japonés

**Dr. Servando de la Cruz-Reyna**  
Coordinador de Investigación

**M. en I. Roberto Quaas**  
Coordinador de Instrumentación

**Lic. Gloria Luz Ortiz Espejel**  
Coordinadora de Capacitación

**Lic. Ricardo Cícero Betancourt**  
Coordinador de Difusión

**ESTIMACIÓN DEL RIESGO VOLCÁNICO EN TÉRMINOS DE LA DISTRIBUCIÓN  
ESTADÍSTICA DE ERUPCIONES EXPLOSIVAS**

**SERVANDO DE LA CRUZ-REYNA**

**CENTRO NACIONAL DE PREVENCIÓN DE DESASTRES (CENAPRED)**

Av. Delfín Madrigal 665

**INSTITUTO DE GEOFÍSICA-UNAM**

C. Universitaria, México 04510, D.F.

# CUADERNOS DE INVESTIGACION

## P R E S E N T A C I O N

---

La Coordinación de Investigación del Centro Nacional de Prevención de Desastres (CENAPRED) realiza estudios sobre las características de los fenómenos naturales y de las actividades humanas que son fuentes potenciales de desastres, así como sobre las técnicas y medidas que conducen a la reducción de las consecuencias de dichos fenómenos.

Las actividades enfocan la problemática de los Riesgos Geológicos (Sismos y Volcanes), de los Riesgos Hidrometeorológicos (Inundaciones, Huracanes, Sequías, Erosión) y de los Riesgos Químicos (Incendios, Explosiones, Contaminación por Desechos Industriales).

Los resultados de los estudios se publican en Informes Técnicos que se distribuyen a las instituciones y los especialistas relacionados con cada tema específico.

En adición a dichos Informes Técnicos de carácter muy especializado, el CENAPRED ha emprendido la publicación de esta serie, llamada CUADERNOS DE INVESTIGACION, con el fin de dar a conocer a un público más amplio aquellos estudios que se consideran de interés más general o que contienen información que conviene quede publicada en una edición más formal que la de los Informes Técnicos.

Los catálogos de Informes Técnicos y de Cuadernos de Investigación, así como las publicaciones específicas pueden obtenerse solicitándolos por escrito a la Coordinación de Investigación del CENAPRED, o pueden consultarse directamente en su Unidad de Información.

## **RESUMEN**

El análisis de los patrones de ocurrencia de las erupciones volcánicas explosivas, puede mejorar nuestra comprensión de los procesos físicos que gobiernan a los fenómenos eruptivos. Desafortunadamente, los intentos reportados en la literatura especializada de encontrar una distribución estadística de las erupciones no han coincidido en un resultado único. Sin embargo, cuando se clasifica a las erupciones por su tamaño o magnitud, se encuentra que, para los valores intermedios y altos de magnitud e intensidad, los patrones de ocurrencia de erupciones de un volcán pueden ser descritos por una distribución no-estacionaria de Poisson. Cuando se considera en forma conjunta la actividad de un número grande de volcanes, la distribución tiende a ser estacionaria. Esto acarrea dos consecuencias fundamentales: En el caso de volcanes individuales permite un análisis Bayesiano del nivel de riesgo presente, en base a la historia pasada, y en el caso global, en el que se toma en cuenta la información existente para todos los volcanes explosivos sub-aéreos a nivel mundial, permite la definición de una escala estadística de magnitudes. Con estos criterios, se analiza el estado de riesgo del volcán de Colima, considerado el más peligroso de México, y a nivel global se evalúa el peligro asociado a una erupción paroxismal.

## **ABSTRACT**

Analysis of the patterns of explosive volcanic eruptions occurrences may improve our understanding of the physical processes behind the eruptive phenomena. Unfortunately, various attempts reported in the literature to find a single statistical distribution for the eruptions, have failed to find a common result. However, when eruptions are classified by size or magnitude, the higher values show occurrence patterns that can be described by a non-stationary Poisson distribution. When a large number of volcanoes is considered, the distribution tends to become stationary. This analysis has two main consequences: For individual volcanoes, it permits a Bayesian estimate of the current level of hazard may be obtained from the past eruptive history. In the global case, when the existent data of all sub-aerial volcanoes are taken into account, it allows the definition of a statistical magnitude scale. With these criteria, the current hazard level of Colima volcano, the riskiest in México is analyzed, and the global probability of a paroxysmal eruption is calculated.

## INDICE

ABSTRACT	5
RESUMEN	5
1. INTRODUCCION	9
2. LA MAGNITUD DE LAS ERUPCIONES VOLCÁNICAS	9
3. RELACIONES ENTRE LA MAGNITUD DE LAS ERUPCIONES Y SU RAZÓN DE OCURRENCIA	10
4. RAZÓN DE LIBERACIÓN DE ENERGÍA VOLCÁNICA GLOBAL	14
5. EL CASO DEL VOLCÁN DE COLIMA, MÉXICO	17
6. CARÁCTER NO-ESTACIONARIO DE LAS SECUENCIAS ERUPTIVAS POISSONIANAS. ESTIMACIÓN BAYESIANA DEL NIVEL DE PELIGRO	17
7. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES	22
8. REFERENCIAS	22

## **1. INTRODUCCIÓN**

Se han hecho numerosos intentos para buscar periodicidades, o por lo menos algunas regularidades en los patrones de ocurrencia de las erupciones volcánicas. Por ejemplo, Wickman (1966, 1976) utilizó principios estocásticos para construir modelos Markofianos de la actividad volcánica, expresando la historia eruptiva (como la distribución de periodos de reposo), por medio de dos parámetros equivalentes de la teoría de renovaciones: la función de supervivencia y la razón de erupción de edad específica. Sin embargo, como el mismo Wickman indica en su artículo de 1976, tales modelos no fueron comparados contra datos u observaciones. De hecho, cuando se han utilizado datos de erupciones, no se ha encontrado una función única de supervivencia que se pueda ajustar a volcanes del mismo tipo.

Algunos volcanes muestran patrones eruptivos aleatorios. Por ejemplo, en el Stromboli, las erupciones son aleatorias en escalas de tiempo cortas (Settle y McGetchin, 1980). Los volcanes Hawaianos también se comportan en forma aleatoria (Klein, 1982). Sin embargo, la mayoría de los volcanes presentan patrones de comportamiento muy complejos, que con frecuencia no pueden ser expresados por las distribuciones conocidas. Reymont (1969) encontró que mientras el comportamiento de algunos volcanes se aproximaba a un patrón Poissoniano de actividad, otros divergían considerablemente de ese tipo de distribución.

El presente trabajo describe una metodología para identificar los patrones estadísticos de comportamiento de las series temporales de ocurrencias de erupciones volcánicas por medio de su clasificación por magnitudes. Se discuten los patrones observados de actividad eruptiva a nivel global y al nivel de un volcán individual: el volcán de Colima en México.

## **2. LA MAGNITUD DE LAS ERUPCIONES VOLCÁNICAS.**

La existencia de distribuciones estadísticas que reflejen los patrones de ocurrencia de la actividad volcánica se hace patente cuando los eventos eruptivos son clasificados por su tamaño o dimensión. Sin embargo, este resulta ser un problema difícil, debido a la complejidad del fenómeno volcánico. De hecho, en contraste con la sismología, en la que existen criterios bien definidos para cuantificar el tamaño de los sismos en base a la energía elástica liberada en la fuente y a la energía de movimiento recibida en distintos lugares, la vulcanología no cuenta con criterios unificados para asignar magnitudes a las erupciones. Esto se debe principalmente a que los volcanes liberan energía a través de varios mecanismos, de muy distinta naturaleza, y la forma y proporción como contribuyen por lo general no se reproduce. Aunque la componente térmica es, por mucho, la más importante, otros mecanismos determinan el tipo de erupción. Surge entonces el problema de encontrar una forma adecuada de medir el tamaño de las erupciones.

Se han elaborado varias propuestas para cuantificar la dimensión de las erupciones. Tsuya (1955) definió una escala que mide los volúmenes de diferentes tipos de productos volcánicos. Walker (1980) definió una escala de magnitud de masa (masa total de los productos emitidos) como uno de los cinco parámetros necesarios para caracterizar la escala de erupciones explosivas. Otros autores han propuesto a la energía liberada durante las erupciones como una medida de su tamaño. Yokoyama (1957) sugirió extender la clasificación de Tsuya para comprender energía además de volumen, tomando en cuenta la relación directa que existe entre la masa total y la energía liberada en las erupciones volcánicas. Hédervári

(1963) definió una escala de magnitudes de energía tomando en cuenta las diferentes formas de liberación durante las erupciones y aplicó la misma relación utilizada en sismología para expresar la magnitud como una función del logaritmo de la energía liberada (en ergs).

Otro parámetro que se ha utilizado para la medida de las erupciones es la *intensidad* (Walker, 1980; Carey y Sigurdsson, 1989), definida como la rapidez de descarga de magma. La intensidad de las erupciones puede ser estimada a partir de los patrones de dispersión de piroclastos y líticos, y de la altura y forma de las columnas eruptivas. Carey y Sigurdsson (1989) han encontrado significativas correlaciones positivas entre la masa total emitida y la intensidad.

Newhall y Self (1982) definieron la escala del Índice de Explosividad Volcánica (VEI), en términos de una estimación compuesta de la magnitud de masa, y/o la intensidad y/o cualquiera de los otros parámetros relacionados con el tamaño de una erupción explosiva, dependiendo de la información disponible. Aunque por su definición la estimación de ese índice no intenta medir la energía liberada por las erupciones, De la Cruz-Reyna (1991) ha reportado una correlación entre ellos.

Actualmente existen datos de VEI de numerosas erupciones de volcanes de todo el mundo (Simkin et al., 1981, Newhall y Self, 1982, Simkin et al., 1984, McClelland et al., 1989) y la recopilación de información existente sobre erupciones pasadas ha permitido corregir y aumentar las listas de algunos de ellos. El análisis de esos datos a nivel global y para el volcán de Cblima indica que para erupciones por encima de cierto VEI, los patrones de ocurrencia son Poissonianos (De la Cruz-Reyna, 1993).

### **3. RELACIONES ENTRE LA MAGNITUD DE LAS ERUPCIONES Y SU RAZÓN DE OCURRENCIA.**

La tabla de número de erupciones en cada categoría de VEI de Newhall y Self (1982) describe la mejor estimación de valores VEI para erupciones pasadas en todo el mundo. Esta, adicionada con los números de erupciones con  $VEI \geq 4$  y los totales en cada categoría se reproduce aquí como Tabla 1. Para analizar estos datos, debe considerarse que existe una serie de dificultades inherentes a la evaluación de los valores VEI, que se incrementan con la edad de la actividad reportada y que se agudizan para las magnitudes bajas. Así por ejemplo, el error en la estimación de una erupción menor ocurrida digamos en el siglo XV, es probablemente mayor que el de un evento paroxismal en la misma época.

Para compensar por ese efecto, Newhall y Self "corrigieron" los valores catalogados de VEI de erupciones en el rango 1 a 4 ocurridas antes de cierta fecha, aumentándoles una unidad VEI. Esta fecha varía entre 1500 y 1700, dependiendo de la región considerada. Cuando la información disponible sobre alguna erupción es escasa o ambigua, se escoge un valor de defecto  $VEI = 2$ . Es de esperarse entonces una abundancia artificial de esa magnitud.

1930	31	46	256	23	3	1	0	0	0	4
1940	25	37	261	30	3	0	0	0	0	3
1950	51	76	345	40	5	1	0	0	0	6
1960	69	76	287	81	7	0	0	0	0	7
1970	104	110	304	67	5	0	0	0	0	5
<b>TOTALES</b>	<b>682</b>	<b>1245</b>	<b>5146</b>	<b>666</b>	<b>106</b>	<b>15</b>	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>125</b>

A continuación se desarrolla un análisis estadístico simple de los datos listados en la Tabla 1. Primero se cuenta el número de eventos  $x$  en cada categoría de VEI, ocurridos en cada década de la muestra que cubre del 1500 al 1970. La distribución de las ocurrencias (usando  $x=0$  para ausencia de eventos en el intervalo) se representa entonces en forma de histograma y se busca su ajuste con una distribución de Poisson de la forma:

$$p(x) = \lambda^x e^{-\lambda} / x! \quad (1)$$

donde la media  $\lambda$  se calcula a partir del número total de erupciones ocurridas en una categoría VEI dada, dividido por la duración total del periodo de estudio, 48 décadas en este caso. La hipótesis de que la distribución observada es Poissoniana es evaluada por medio de una prueba de Chi-cuadrada.

La Tabla 2 muestra bajo la columna "OBS" el número de erupciones  $x = 0,1,2,3,\dots$ , hasta 9 por década con VEI= 4, que han ocurrido durante la muestra de  $N = 48$  décadas desde 1500. La columna  $p(x)$  muestra la probabilidad de Poisson calculada usando una media  $\lambda = 106/48$  (dado que un total de 106 erupciones con VEI = 4 ocurrieron entre 1500 y 1970). La columna "CALC" contiene el número de ocurrencias esperado de la distribución  $Np(x)$ . Las tablas 3, 4 y 5 muestran los valores correspondientes para VEI = 5, 6 y  $\geq 4$  respectivamente. La Figura 1 resume estos resultados en forma gráfica.

El ajuste observado entre los histogramas observados y calculados, confirmado por las pruebas de Chi-cuadrada y Kolmogorov-Smirnov nos indica que los patrones de ocurrencia son aproximadamente Poissonianos para las categorías VEI altas.

En contraste, las distribuciones observadas en el rango de índices de explosividad volcánica de 0 a 3 no parecen seguir ningún patrón. Para ilustrar esto, la Figura 2 muestra la distribución de los datos globales para VEI = 3 en el periodo 1500-1940. Los datos de 1940-1970 se excluyen por claridad de la gráfica únicamente. Esto no afecta el argumento anterior, ya que su inclusión sólo incrementa la separación de la distribución Poissoniana.

Para los valores más bajos de VEI (0 a 2), el desajuste con cualquier distribución estadística estándar es aun mayor, enfatizando la dificultad de ajustar un modelo único para describir la existencia de patrones de ocurrencia. Estas dificultades surgen probablemente de la naturaleza del muestreo y de las características de las erupciones de baja explosividad. Ciertamente, los reportes de las erupciones pequeñas son más subjetivos, el número de testigos que las presenciaron y describen mucho menor y por su carácter poco explosivo son difíciles de ser definidos como eventos puntuales en el tiempo.



Tabla 2. Recurrencias observadas y esperanzas de Poisson para datos globales con VEI = 4.  $N=48$ ,  $\Delta t=10$  años,  $\lambda=106/48$ .

$x$	$p(x)$	CALC	OBS
0	.10988	5.27	8
1	.24266	11.65	13
2	.26794	12.86	12
3	.19723	9.47	5
4	.10889	5.23	3
5	.04809	2.31	4
6	.01770	.85	0
7	.00558	.27	2
8	.00154	.07	1
9	.00038	.02	0

Tabla 5. Recurrencias observadas y esperanzas de Poisson para datos globales con  $VEI \geq 4$ .  $N=48$ ,  $\Delta t=10$  años,  $\lambda = 125/48$ .

$x$	$p(x)$	CALC	OBS
0	.07396	3.55	5
1	.19262	9.25	14
2	.25080	12.04	10
3	.21771	10.45	7
4	.14174	6.80	3
5	.07382	3.54	4
6	.03204	1.54	1
7	.01192	.57	2
8	.00388	.19	1
9	.00112	.05	0
10	.00029	.01	1
11	.00007	.00	0

Tabla 3. Recurrencias observadas y esperanzas de Poisson para datos globales con VEI = 5.  $N = 48$ ,  $\Delta t = 10$  años,  $\lambda = 15/48$ .

$x$	$p(x)$	CALC	OBS
0	.73162	35.12	34
1	.22863	10.97	13
2	.03572	1.71	1
3	.00372	.18	0

Tabla 4. Recurrencias observadas y esperanzas de Poisson para datos globales con VEI = 6.  $N = 48$ ,  $\Delta t = 10$  años,  $\lambda = 3/48$ .

$x$	$p(x)$	CALC	OBS
0	.93941	45.09	45
1	.05871	2.82	3
2	.00183	.09	0

En contraste, las erupciones explosivas mayores son descritas por numerosos testigos y algunas de sus características que definen el VEI, como la inyección estratosférica por ejemplo, producen fenómenos fácilmente reconocibles, como el bloqueo de la luz solar sobre grandes extensiones.

Si se acepta la conclusión de que una secuencia bien muestreada de erupciones intermedias a grandes siguen una distribución de Poisson, entonces las características básicas de los procesos puntuales Poissonianos pueden aplicarse para comprender mejor la física de los procesos volcánicos. Es importante recalcar que la calidad del muestreo involucra una correcta asignación de magnitudes a los eventos eruptivos.

Otra característica importante que se puede inferir de los datos globales, es la relación entre la media Poissoniana de ocurrencia y los valores VEI, cuando estos son mayores que 3. La Figura 3 muestra la línea

$$\log \lambda = a - bM_V \quad (2)$$

donde  $M_V$  es el valor VEI. Para  $a = 3.494$  y  $b = 0.789$ , la calidad del ajuste es muy alta, como puede verse en la figura, y del valor del coeficiente de correlación  $r = -0.999$ .

Esto nos describe la forma como la energía volcánica se libera en la escala global: el número de erupciones por unidad de tiempo decae en un factor cercano a 6 para cada categoría sucesiva del VEI. Si aceptamos la posibilidad de extrapolar esta línea hacia los valores altos de la escala de magnitudes, podremos estimar a nivel global las razones medias de ocurrencia de grandes erupciones y de allí estimar el riesgo asociado.

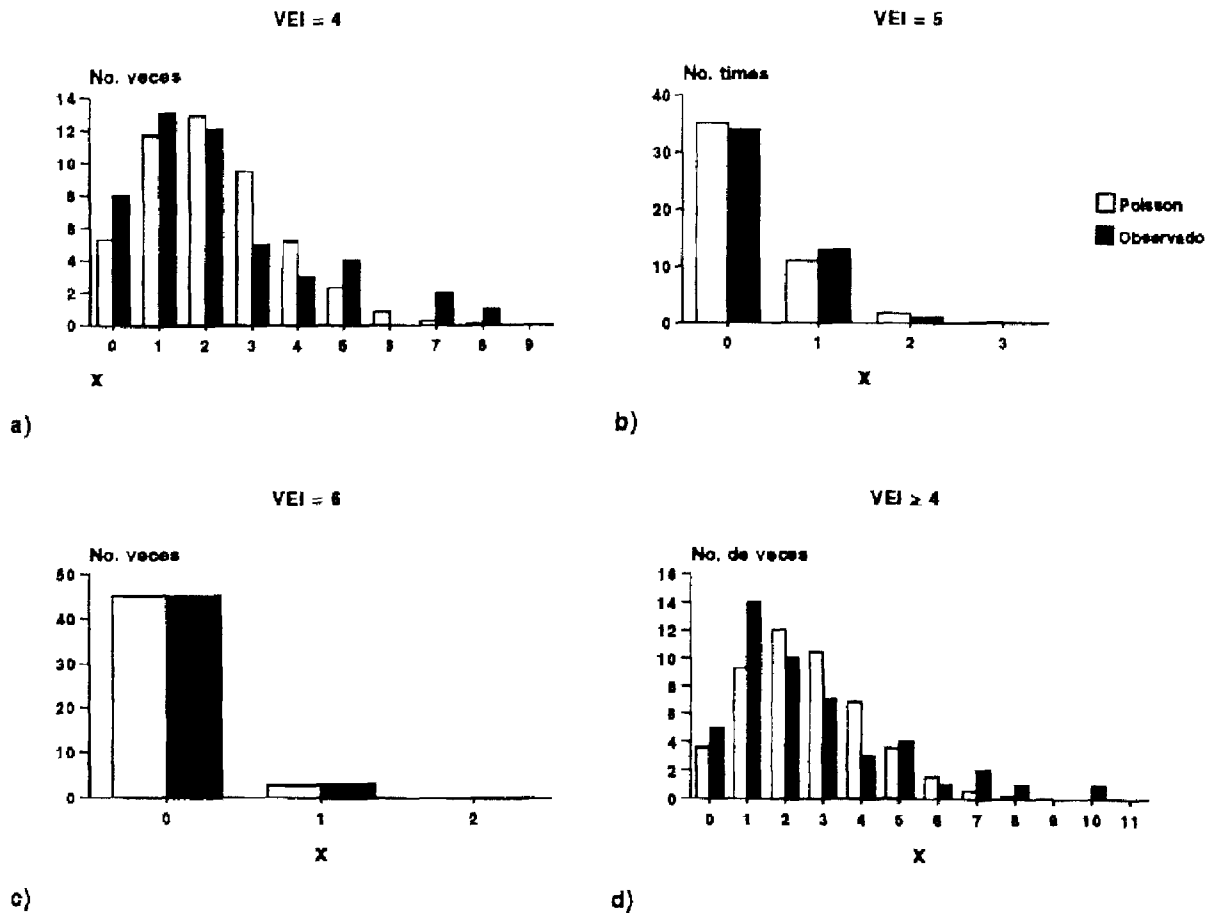


Figura 1. Distribuciones observada y calculada de las ocurrencias de erupciones explosivas por década en cada categoría de VEI para el periodo 1500-1970.

#### 4. RAZON DE LIBERACIÓN DE ENERGÍA VOLCÁNICA GLOBAL.

Yokoyama (1957) puntualizó que en los procesos eruptivos, la energía térmica representa la contribución más importante al balance de energía. Dado que la temperatura de los productos magmáticos juveniles se encuentra por lo general en el orden de aquella del punto de fusión de la roca, es claro que esa energía depende de la masa emitida. Otras contribuciones que pueden ser importantes, como la energía cinética, también dependen linealmente de la masa emitida. Como Carey y Sigurdsson (1989) señalan, existe una correlación positiva entre la intensidad de la fase pliniana y la masa total emitida (magnitud de

masa). Dado que el VEI es comunmente calculado a partir de datos de intensidad, es posible relacionar la energía liberada por las erupciones y el VEI a partir de los valores correspondientes asignados a episodios de actividad bien documentados.

La Tabla 6 muestra algunas erupciones en las que la energía ha sido calculada por el método de Yokoyama (1957), e independientemente se les ha asignado un valor VEI según Simkin et al., (1981). Una regresión de mínimos cuadrados de esos datos permite obtener la relación

$$\log E = 0.78M_v + 21.02$$

donde  $E$  es la energía de la erupción expresada en ergs y  $M_v$  el valor VEI. En este caso el coeficiente de correlación es  $r=0.70$ . Considerando esto y los errores en la estimación de las energías liberadas durante las erupciones, se propone como una relación realista de la energía con el VEI a:

$$\log E = 0.79M_v + 21(\pm 0.5) \quad (3)$$

Las relaciones (2) y (3) también pueden ser las bases para la definición de una nueva escala estadística de magnitudes volcánicas (De la Cruz-Reyna, 1991). Esta escala es consistente con la VEI, pero continua y dependiente de parámetros no-subjetivos para su evaluación: la energía liberada y/o la razón media de erupción.

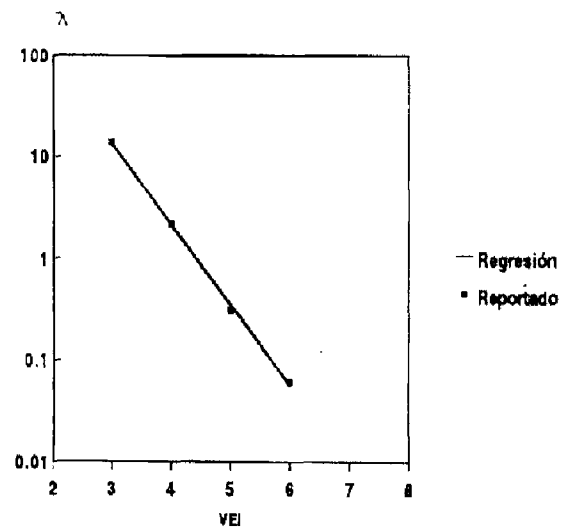
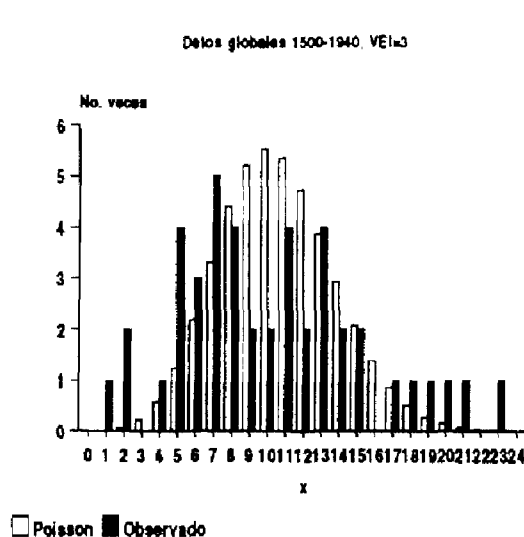


Figura 2. Distribuciones observada y esperada del número de ocurrencias de erupciones por década a nivel global, para VEI=3.

Figura 3. Dependencia lineal del logaritmo de la media de Poisson  $\lambda$ , vs. los valores VEI. Los cuadros corresponden a valores obtenidos de la tabla 1.

Continuemos con el análisis de las relaciones de energía-razón de ocurrencia. Eliminando  $M_v$  de (2) y (3):

$$\log \lambda_e = -\log E + 24.5(\pm 0.5)$$

o bien,

$$\lambda_e E = k \tag{4}$$

es decir, la razón media a la que la energía volcánica sub-aérea está siendo liberada por la Tierra en la categoría de magnitudes correspondiente a la razón de erupción  $\lambda_e$ , es una constante cuyo valor es del orden de  $3.16 \times 10^{23}$  erg/año. Para verificar estos resultados, se grafican en la figura 4, la energía liberada por la actividad global explosiva como función del VEI de acuerdo al modelo, y los datos correspondientes observados.

Claramente, el modelo requiere que la misma cantidad de energía sea liberada en cada categoría de magnitud (línea horizontal en la Figura 4). Los datos observados corroboran esto en el rango de VEI 3-6. Como es de esperarse, las categorías VEI 0 y 1 están submuestreadas, mientras la categoría VEI = 2 está sobremuestreada por el criterio de asignar ese valor de defecto a las erupciones indocumentadas. El valor relativamente alto de la categoría VEI = 7 es consecuencia de la ocurrencia fortuita de una erupción (Tambora) con esa magnitud dentro del periodo de muestra de 48 décadas, cuando el tiempo medio de recurrencia para esa categoría es, de acuerdo con (2), de 1070 años.

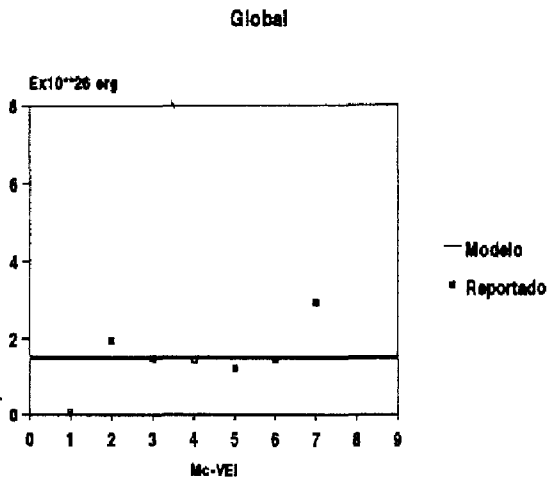


Figura 4. Comparación del modelo y de los parámetros observados.

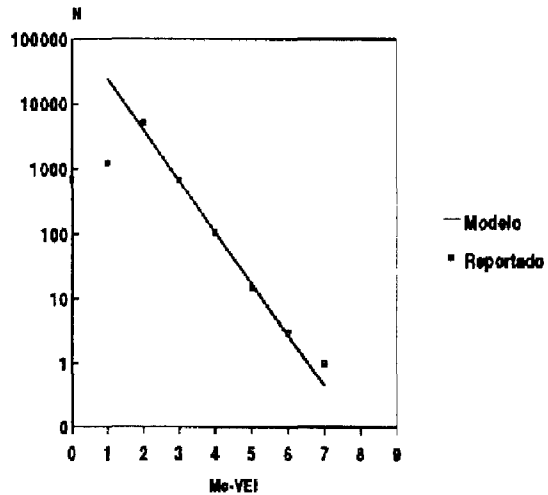


Figura 5. Números totales esperados (línea) y observados durante la muestra de erupciones como función de la magnitud.

El análisis de la figura 5 y de la relación (2) nos permite entonces estimar las razones de ocurrencia ( $\lambda$ ) y los tiempos medios de recurrencia ( $1/\lambda$ ) para grandes erupciones, si aceptamos que sea posible extrapolarla hacia las magnitudes altas. Así, tenemos que para la escala global, el tiempo medio de recurrencia para erupciones catastróficas gigantes, como por ejemplo la el miembro Tshigere de la Toba Bandelier en la caldera de Valles EUA, que emitió

en un solo evento unos 300 Km<sup>3</sup> de magma (Wohletz et al., 1984), y a la que se puede asignar una magnitud continua de 8.8, es de unos 30 000 años.

Entre los eventos más grandes documentados está la erupción de la Toba de Lava Creek, que formó la caldera de Yellowstone hace unos 630 000 años (Christiansen, 1984), y a cuya clase de magnitudes continuas de 9.5, se le puede asignar un tiempo medio de recurrencia de unos 10<sup>5</sup> años.

## **5. EL CASO DEL VOLCÁN DE COLIMA, MÉXICO.**

Es interesante comparar ahora el comportamiento estadístico de un volcán individual con el del conjunto global de volcanes explosivos. Para ello se ha llevado a cabo un estudio bibliográfico detallado de la actividad reciente del volcán de Colima, que por tener la más alta razón de erupción de México y encontrarse en un área en la que existe un buen registro histórico desde el siglo XVI, ha permitido elaborar una cronología detallada de su actividad reciente y una evaluación del tamaño de sus erupciones (De la Cruz-Reyna, 1993).

La Tabla 6 ha sido construida de los reportes descritos en esta referencia para el periodo de 43 décadas desde 1560 hasta 1989. Las dos últimas columnas muestran valores acumulados de erupciones con valores VEI mayores o iguales que 2 y 3 respectivamente. No se hizo el intento de incluir los valores 0 y 1 por las razones discutidas previamente sobre las dificultades de documentar y medir eventos efusivos no-puntuales en el tiempo.

En forma similar al análisis global, se ha efectuado también un análisis de las ocurrencias de erupciones, los resultados del cuál se muestran en las tablas 7, 8, 9 y 10, en las que se listan los valores esperados y observados de los números de veces que  $x = 0, 1, 2, 3, \dots$  etc. erupciones por década en cada categoría de VEI han ocurrido durante las 43 décadas, en forma análoga a las tablas 2 a 5 del caso global. Para el volcán de Colima se han hecho dos tipos de pruebas de hipótesis independientes: las de Chi-cuadrada y la de Kolmogorov-Smirnov.

La columna H de las tablas 7 a 10 muestra los valores  $(CALC-OBS)^2/CALC$  y la suma de esos valores correspondientes al valor de Chi-cuadrada de la discrepancia entre los valores esperados y observados. Las Tablas 11 y 12 resumen los resultados de las pruebas de la hipótesis de que la distribución del número de ocurrencias por década es Poissoniana. Para todas las categorías de VEI, la hipótesis de Poisson es aceptable al nivel de significación de 0.1. Los resultados positivos de las pruebas indican que la respuesta a la pregunta sobre si los volcanes individuales también siguen una distribución de Poisson como en el caso global, es afirmativa, si bien esto no implica una condición de necesidad.

## **6. CARÁCTER NO-ESTACIONARIO DE LAS SECUENCIAS ERUPTIVAS POISSONIANAS. ESTIMACIÓN BAYESIANA DEL NIVEL DE PELIGRO.**

Una forma de analizar la dependencia temporal de las secuencias eruptivas, es construyendo una gráfica de número acumulativo de erupciones, como función del tiempo. La Figura 6 muestra los resultados del volcán de Colima para erupciones con  $VEI \geq 3$ . Es posible detectar allí cuatro regímenes que indican que la secuencia eruptiva Poissoniana no es estacionaria.

**Tabla 6.** Número de erupciones por década en cada clase VEI para el volcán de Colima.

VEI	2	3	4	$\geq 2$	$\geq 3$
DECADA					
1560-69	1	0	0	1	0
1570-79	0	1	0	1	1
1580-89	0	0	1	1	1
1590-99	0	1	0	1	1
1600-09	0	0	1	1	1
1610-19	1	1	0	2	1
1620-29	0	0	1	1	1
1630-39	0	0	0	0	0
1640-49	0	0	0	0	0
1650-59	0	0	0	0	0
1660-69	0	0	0	0	0
1670-79	0	0	0	0	0
1680-89	0	0	0	0	0
1690-99	0	1	0	1	1
1700-09	0	0	0	0	0
1710-19	0	0	0	0	0
1720-29	0	0	0	0	0
1730-39	0	0	0	0	0
1740-49	1	0	0	1	0
1750-59	0	0	0	0	0
1760-69	0	0	0	0	0
1770-79	0	1	0	1	1
1780-89	0	0	0	0	0
1790-99	1	0	0	1	0
1800-09	1	0	0	1	0
1810-19	0	0	1	1	1
1820-29	0	0	0	0	0
1830-39	0	0	0	0	0
1840-49	0	0	0	0	0
1850-59	0	0	0	0	0
1860-69	0	1	0	1	1
1870-79	0	1	0	1	1
1880-89	1	2	0	3	2
1890-99	1	0	1	2	1
1900-09	1	2	0	3	2
1910-19	0	0	1	1	1
1920-29	0	0	0	0	0
1930-39	0	0	0	0	0
1940-49	0	0	0	0	0
1950-59	0	0	0	0	0
1960-69	0	0	0	0	0
1970-79	0	0	0	0	0
1980-89	0	0	0	0	0
Totales	8	11	6	25	17

Periodos de alta razón de erupción (como I y III) son seguidos por episodios de baja razón de erupción (como II y tal vez IV). Esto sugiere que el proceso podría ser doble-estocástico si uno acepta la noción de un proceso estocástico (la secuencia eruptiva) sumergido en otro (un ambiente estocástico cambiante más lentamente que la secuencia eruptiva) que podría ser aquel formado por el medio tectónico, la génesis y composición del magma, la presencia de domos, etc.

Tabla 7. Esperanzas de Poisson y recurrencias observadas para erupciones del volcán de Colima con  $VEI=2$ ,  $N=43$ ,  $\Delta t = 10$  años,  $\lambda = 8/43$ .

$x$	$p(x)$	<i>CALC</i>	<i>OBS</i>	<i>H</i>
0	0.8302	35.70	35	0.0137
1 o más	0.1698	7.30	8	0.0671

Tabla 8. Esperanzas de Poisson y recurrencias observadas para erupciones del volcán de Colima con  $VEI=3$ ,  $N=43$ ,  $\Delta t = 10$  años,  $\lambda = 11/43$ .

$x$	$p(x)$	<i>CALC</i>	<i>OBS</i>	<i>H</i>
0	0.7743	33.29	34	0.0150
1 o más	0.2257	9.71	9	0.0513

Tabla 9. Esperanzas de Poisson y recurrencias observadas para erupciones del volcán de Colima con  $VEI=4$ ,  $N=43$ ,  $\Delta t = 10$  años,  $\lambda = 6/43$ .

$x$	$p(x)$	<i>CALC</i>	<i>OBS</i>	<i>H</i>
0	0.8698	37.40	37	0.0043
1 o más	0.1302	5.60	6	0.0285

Tabla 10. Esperanzas de Poisson y recurrencias observadas para erupciones del volcán de Colima con  $VEI \geq 2$ ,  $N=43$ ,  $\Delta t = 10$  años,  $\lambda = 25/43$ .

$x$	$p(x)$	<i>CALC</i>	<i>OBS</i>	<i>H</i>
0	0.5591	24.04	24	0.0001
1	0.3251	13.98	15	0.0747
2 o más	0.1158	4.98	4	0.1929

En todo caso, es sencillo demostrar que un proceso no estacionario de esta naturaleza puede ser representado como si fuera estacionario, en base una de las propiedades fundamentales de los procesos de Poisson que puede expresarse de la siguiente manera (ver por ejemplo Cox e Isham, 1980, Papoulis, 1984). "Un flujo de eventos es estacionario sobre un cierto periodo de tiempo  $T_0$  en el sentido que la distribución de una variable aleatoria depende únicamente de la longitud del intervalo y no del tiempo de su ocurrencia, es decir, de su

posición en el eje del tiempo. La densidad media del proceso  $\lambda$  es entonces constante sobre  $T_0$ . Esto sería un caso homogéneo. Si  $\lambda$  no es constante, (caso inhomogéneo), como en el caso no-estacionario, la reducción a un caso homogéneo se logra sin dificultad por medio de una transformación no-lineal del eje del tiempo.

Tabla 11. Valores de Chi-cuadrada obtenidos apartir de la tabla 3.

VEI	$v^a$	$\chi^2$	$\chi^2_{0.90}{}^b$	¿Hipótesis de Poisson aceptable?
2	1	0.0809	2.71	Si
3	1	0.0663	2.71	Si
4	1	0.0328	2.71	Si
$\geq 2$	2	0.2677	4.61	Si
$\geq 3$	1	0.0971	2.71	Si

<sup>a</sup> $v$  es el número de grados de libertad =  $h-r$  apartir de la muestra estadística, donde  $h$  es el número de posibles resultantes y  $r$  es el número de parámetros utilizados en la estimación de las frecuencias esperadas, uno para el caso de la distribución de Poisson. Los valores de <sup>b</sup> $\chi^2_{0.90}$  fueron obtenidos de tablas estandar.

Tabla 12. Prueba de ajuste de Kolmogorov-Smirnov de una cola sobre los valores  $DNmax$ .

VEI	$K-S_{90}{}^a$	$DNmax^b$	¿Hipótesis de Poisson aceptable?
2	.1632	.0163	Si
3	.1632	.0189	Si
4	.1632	.0093	Si
$\geq 2$	.1632	.0252	Si
$\geq 3$	.1632	.0223	Si

<sup>a</sup> $K-S_{0.90} = 1.07/\sqrt{43} = 0.1632$  es el valor crítico para una muestra de tamaño 43.

<sup>b</sup> $DNmax$  se calculó como la más grande de las diferencias obtenidas  $|\sum \delta p(x) - \sum \delta OBS/N|$  donde  $\sum \delta p(x)$  y  $\sum \delta OBS/N$  son las probabilidades acumulativas de Poisson y las frecuencias relativas acumuladas observadas respectivamente.

Un proceso de Poisson dependiente del tiempo puede representarse entonces como un proceso estacionario de media  $\int_0^T \lambda(t)dt$ , donde  $T > T_0$ . El valor de la pendiente  $\lambda$  de la línea recta que une a los puntos inicial y final de la gráfica cumulativa de la figura 6 es de  $17/43$ , equivalente a un promedio pesado de las pendientes de cada uno de los regímenes I al IV. Dado que no han ocurrido eventos explosivos mayores desde 1913, que parece marcar el fin del régimen alto anterior, es difícil decir algo sobre el régimen actual. Sin embargo puede



hacerse una estimación Bayesiana de la razón de erupción actual en base al desarrollo anterior.

El teorema de Bayes puede ser escrito: como 
$$P(\lambda_i|y) = \frac{P(y|\lambda_i)P(\lambda_i)}{\sum P(y|\lambda_i)P(\lambda_i)}$$

donde  $P(y|\lambda_i)$  representa la probabilidad a priori,  $P(\lambda_i)$  la probabilidad Poissoniana y  $P(\lambda_i|y)$  la probabilidad posterior. La figura 7 resume las probabilidades posteriores de Poisson de tener x erupciones del volcán de Colima dentro del tiempo marcado en el eje horizontal.

Nótese que alrededor de la octava década después de 1920, la probabilidad de cero erupciones y de una erupción con VEI  $\geq 3$  se igualan, mientras que para la undécima década, la probabilidad de dos erupciones iguala a la de cero ocurrencias. Así mismo, la probabilidad de sólo una erupción tiene su máximo cerca de la década 8.

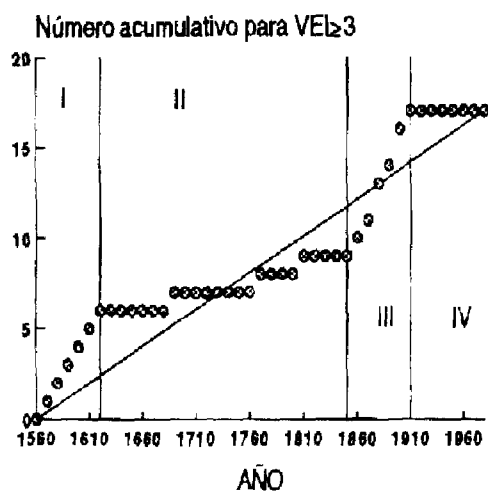


Figura 6. Número acumulado de erupciones del volcán de Colima con VEI  $\geq 3$ .

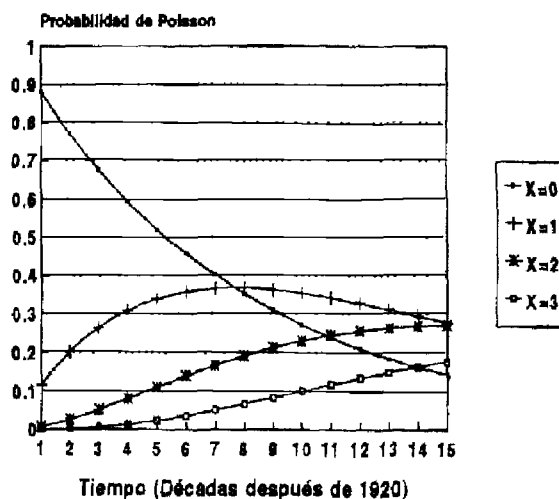


Figura 7. Probabilidades de Poisson posteriores, calculadas del teorema de Bayes.

## 7. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES.

El análisis de las series de tiempo de ocurrencias, cuando estas se clasifican por medio de una escala adecuada de magnitudes, indica que pueden describirse como un proceso de Poisson simple. Para el caso de un volcán individual, el proceso no es estacionario, pudiendo representarse como uno utilizando promedios pesados de las razones medias de ocurrencias de los distintos regímenes, como medias Poissonianas. En la escala global el proceso tiende a ser estacionario, aunque pueden existir fluctuaciones sobre escalas grandes de tiempo. A nivel global los tiempos medios de recurrencia de las erupciones más grandes están sobre la escala de los cientos de miles de años. Para el volcán de Colima, una estimación Bayesiana nos indica que el régimen actual tiene probablemente una razón de erupción similar a la de aquel desarrollado entre 1622 y 1850, y que bajo la hipótesis de que el periodo muestreado de 1560 a la fecha es representativo, la situación actual es de riesgo intermedio, en el sentido de que las probabilidades de tener una erupción explosiva desde 1913 a la fecha son iguales a la de no haber tenido ninguna, como es el caso.

## 8. REFERENCIAS

Carey, S., Sigurdsson, H., 1989. The intensity of plinian eruptions. *Bull. Volcanol.* 51: 28-40.

Cox, D. R., Isham, V., 1980. *Point Processes*. Chapman and Hall London, 188 pp.

Christiansen, R.L. 1984. Yellowstone magmatic evolution: its bearing on understanding large-volume explosive volcanism. En: *Explosive Volcanism: Inception, evolution and hazards*, Ed. F.R. Boyd. Nat. Acad. of Sciences, Washington D.C. pp 84-95.

De la Cruz-Reyna, S., 1991. Poisson-Distributed Patterns of Explosive Eruptive Activity. *Bull. Volcanol.* 54: 57-67.

De la Cruz-Reyna, S., 1993. Random Patterns of occurrence of explosive eruptions at Colima Volcano, México. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, 55:51-68.

Hédervári, P., 1963. On the energy and magnitude of volcanic eruptions. *Bull. Volcanol.* 25: 373-385.

Klein, F.W., 1982. Patterns of historical eruptions at Hawaiian volcanoes. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, 12: 1-35.

McClelland, L., Simkin, T., Summers, M., Nielsen, E., Stein, T., 1989. *Global Volcanism 1975-1985*. Smithsonian Institution, Washington, pp 1-655.

Newhall, C. G., Self, S., 1982. The Volcanic Explosivity Index (VEI): An estimate of explosive magnitude for historical volcanism. *J. Geophys. Res.*, 87C2: 1231-1238.

Papoulis, A. 1984. *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*. 2a. Ed. McGraw-Hill. 576 pp.

- Reyment, R. A., 1969. Statistical Analysis of some Volcanologic Data. PAGEOPH. 74(III): 57-77.
- Settle, M., McGetchin, T. R., 1980. Statistical analysis of persistent explosive activity at Stromboli, 1971: Implications for eruption prediction. J. Volcanol. Geotherm. Res., 8: 45-58.
- Simkin, T., Siebert, L., McClelland, L., Bridge, D., Newhall, C., Latter, J. H., 1981. Volcanoes of the World. Smithsonian Institution Washington, 233 pp.
- Simkin, T., Siebert, L., McClelland, L., 1984. Volcanoes of the World 1984 Supplement. Smithsonian Institution Washington, 32 pp.
- Tsuya, H., 1955. Geological and petrological studies of Volcano Fuji, 5. Bull. Earthq. Res. Inst. Tokyo. 33: 341-384.
- Walker, G. P. L., 1980. The Taupo pumice: Product of the most powerful known (Ultraplinian) eruption?. J. Volcanol. Geotherm. Res. 8: 69-94.
- Wickman, F. E., 1966. Repose period patterns of volcanoes, I. Volcanic eruptions regarded as random phenomena. Ark. Mineral. Geol., 4: 291-301.
- Wickman, F. E., 1976. Markov models of repose-period patterns of volcanoes. In: D F Merriam Ed. Random Processes in Geology. Springer-Verlag Berlin, pp 135-161.
- Wohletz, K.H., McGetchin, T.F., Sanford, M.T., Jones, E.M. 1984. Hydrodynamic aspects of caldera-forming eruptions: numerical models. J. Geophys. Res. 89: 8269-8285.
- Yokoyama, I., 1957. Energetics in Active Volcanoes. 2nd paper. Bull. Earthq. Res. Inst. Tokyo. 35: 75-97.